DOI: http://dx.doi.org/10.16930/2237-7662/rccc.v15n45p23-33

MODELO DE PREVISÃO DE *VALUE AT RISK* UTILIZANDO VOLATILIDADE DE LONGO PRAZO

VALUE AT RISK PREDICTION MODEL USING LONG TERM VOLATILITY

VINICIUS MOTHÉ MAIA
Doutorando do IAG/PUC-Rio. Professor de Contabilidade da FACC/UFRJ. ***Endereço:*** *IAG. R. Marquês de São Vicente, 225 - Gávea | 22451-900 | Rio de Janeiro/RJ | Brasil.*
E-mail: *viniciusmothemaia@yahoo.com.br*

IGOR SWINERD MONTEIRO
Doutorando do IAG/PUC-Rio. ***Endereço****: IAG. R. Marquês de São Vicente, 225 - Gávea | 22451-900 | Rio de Janeiro/RJ | Brasil.*
E-mail: *igorswinerd@hotmail.com*

ANTONIO CARLOS FIGUEIREDO PINTO
Doutor em Economia pela EPGE da Fundação Getúlio Vargas. Professor do IAG/PUC-Rio. ***Endereço:*** *IAG. R. Marquês de São Vicente, 225 - Gávea | 22451-900 | Rio de Janeiro/RJ | Brasil.*
E-mail: *figueiredo@iag.puc-rio.br*

MARCELO CABUS KLOTZLE
Doutor em Economia pela Katholische Universitat Eichstatt. Professor do IAG/PUC-Rio. ***Endereço:*** *IAG. R. Marquês de São Vicente, 225 - Gávea | 22451-900 | Rio de Janeiro/RJ | Brasil.*
E-mail: *klotzle@iag.puc-rio.br*

RESUMO

Tendo em vista a importância do *Value at Risk* (VaR) como medida de risco para instituições financeiras e agências de risco, o presente estudo avaliou se o modelo ARLS é mais preciso no cálculo do VaR de longo prazo que os modelos tradicionais, dada sua maior adequação para a previsão da volatilidade. Considerando a utilização do VaR pelos agentes de mercado como medida de risco para o gerenciamento de portfólios é importante sua adequada mensuração. A partir de dados diários dos mercados de ações e cambial dos BRICS (Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul) foram calculadas as volatilidades futuras para 15 dias, 1 mês e 3 meses. Em seguida, calculou-se as medidas tradicionais de avaliação da precisão do VaR. Os resultados sugerem a superioridade do modelo ARLS para a previsão da volatilidade cambial, capaz de prever corretamente o número de violações em 33% dos casos, enquanto os modelos tradicionais não obtiveram um bom desempenho. Com relação ao mercado acionário, os modelos GARCH e ARLS apresentaram desempenho similar. O modelo GARCH é superior considerando a perda média quadrática. Esses resultados apontam para a escolha do modelo ARLS no cálculo do VaR de portfólios cambiais devido a maior precisão alcançada. Ajuda assim os agentes de mercado a melhor gerirem o risco de suas carteiras. Em relação ao mercado acionário, em função do desempenho similar dos modelos GARCH e ARLS, o modelo GARCH é o mais indicado devido a sua maior simplicidade e fácil implementação computacional.

Palavras-chave: *Value at Risk*. Volatilidade. GARCH. ARLS.

Submissão em 07/12/2015. **Revisão em** 10/03/2016. **Aceito em** 06/05/2016.

(cc) BY-NC

ABSTRACT

Having in mind the importance of Value at Risk (VaR) as a risk measure for financial institutions and rating agencies, this study evaluated whether the ARLS model is more accurate in the calculation of the long term VaR than the traditional models, considering it is more appropriate for predicting the long-term volatility. Due to the fact that VaR s being used for market players as a measure of risk for the portfolio management, its proper measurement is important. Based on daily data from the stock markets and exchange of BRICS (Brazil, Russia, India, China and South Africa) future volatilities for 15 days, 1 month and 3 months ahead were calculated. Then the traditional measures of VaR accuracy were calculated. The results suggest the superiority of ARLS model for predicting the exchange rate volatility, being able to predict precisely the number of violations in 33% of cases, while traditional models did not perform well. Regarding the stock market, GARCH and ARLS models showed similar performance, with higher accuracy of the GARCH model considering the quadratic average loss function. These results have shown that the choice of ARLS model in VaR calculation to currency portfolios is better due to higher achieved accuracy, thus helping market participants to better manage the risk of their portfolios. In relation to the stock market, considering the similar performance of GARCH and ARLS models, the GARCH model is more suitable because of its greater simplicity and easy computational implementation.

Keywords: *Value at Risk. Volatility. GARCH. ARLS.*

1 INTRODUÇÃO

O modo como as instituições financeiras avaliam seu risco vem sofrendo importantes mudanças nos últimos anos. Estudos sobre análise de risco têm sido um dos principais focos de pesquisas relacionadas ao mercado de capitais, e dentre elas o *Value at Risk* (VaR) ou valor em risco ganhou grande destaque no mundo acadêmico.

O valor em risco estima a perda máxima de um portfólio, a partir de uma determinada probabilidade durante um intervalo de tempo. Ele se tornou um dos mais importantes mecanismos de mensuração utilizados por diversos tipos de instituições, incluindo bancos, gestores de risco e administradores de carteiras.

A estimação do VaR teve seu início em 1994, na criação da metodologia *Risk Metrics* pelo banco JP Morgan. Tal metodologia tinha como fundamento a estimação da volatilidade pelo modelo EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*), de acordo com o qual a volatilidade segue um processo recursivo dependente da volatilidade passadamultiplicada por um fator λ e pelo quadrado do retorno multiplicado por (1-λ). A estimativa do VaR é obtida por meio da multiplicação da volatilidade estimada por um quantil da distribuição normal-padrão.

A simplicidade do cálculo do VaR e a instintiva interpretação do seu valor estimularam sua adoção por diversas instituições em um primeiro momento. Sua ampla adoção deveu-se ao acordo de Basileia II, que obrigou as instituições financeiras dos países adotantes a calcular o VaR de suas carteiras diariamente, com intervalo de confiança de 99% e um horizonte temporal de 10 dias úteis à frente. A partir desses valores é que as instituições nacionais responsáveis pela saúde do sistema financeiro do país adotante do acordo calculam a exigência de capital mínimo para a respectiva instituição financeira. Mantem-se assim o risco de insolvência das instituições financeiras sobre controle.

Especialmente na academia, inúmeras metodologias de VaR foram propostas com base em diferentes modelos de previsão de volatilidade. A abordagem de volatilidade determinística é baseada nos modelos da família GARCH, generalizados ARCH, modelando a volatilidade como a heterocedasticidade condicional da série temporal como uma função determinística dos quadrados dos retornos e da volatilidade dos períodos anteriores.

A característica determinística dos modelos de volatilidade da família GARCH é apresentada por seus parâmetros fixos e invariantes no tempo. Ou seja, os modelos da família GARCH, por exemplo, normalmente utilizados para as estimativas de volatilidade para prazos mais longos, mantem inalterados os pesos relativos atribuídos às observações antigas e recentes, independente do horizonte de previsão da volatilidade.

Enquanto os modelos do tipo GARCH geram previsões de volatilidade para o próximo período ou observação (normalmente para o dia seguinte), os modelos de apreçamento de opções e VaR geralmente demandam previsões de volatilidade para prazos mais longos, os quais podem ser semanais, mensais ou até mesmo anuais.

Moraes, Pinto e Klotzle (2013) lembram que essas previsões de volatilidade, tipicamente, são obtidas por sucessivas substituições futuras, de forma que a previsão de volatilidade para o período t + 1 é usada justamente com o modelo de previsão para prever a volatilidade do período t + 2. Essa previsão do período t

+ 2 é usada para prever a volatilidade do período t + 3, e assim sucessivamente. Essas volatilidades são então combinadas para obter a previsão da "volatilidade integrada" para o intervalo compreendido entre o período t + 1 e o período t + N.

Ederington e Guan (2010) esclarecem que o problema dos modelos de previsão de volatilidade de séries temporais para horizontes de tempo maiores que um período é que a previsão de volatilidade para o dia (período) t + 1 é usada para prever a volatilidade para qualquer data futura t + k. A importância relativa da volatilidade observada hoje (t) comparada à volatilidade do dia anterior (t -1) ou da semana anterior (t – 5) é forçada a ser a mesma, independente de a previsão de volatilidade ser realizada para amanhã, para a próxima semana ou para o próximo mês.

O objetivo do artigo é avaliar se o modelo ARLS é mais preciso no cálculo do VaR de longo prazo que os modelos tradicionais. Tendo em vista sua maior adequação para a previsão da volatilidade de longo prazo, espera-se assim fornecer evidências de um melhor indicador para o gerenciamento de risco de carteiras. Para tanto, são discutidos os problemas que surgem quando os modelos de séries temporais do tipo GARCH são usados para prever volatilidade para horizontes com prazos mais longos, comuns aos modelos de apreçamento de opções e às medidas de longo prazo de valores em risco. Comparou-se a capacidade de previsão fora da amostra dos modelos estudados para a composição do VaR com dados diários das bolsas de valores e taxas de câmbio comparadas com o dólar dos BRICS (acrônimo para Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul). O período de análise foi de fevereiro de 1994 a setembro de 2015 e os períodos de projeção futura foram de 15 dias, 1 mês e 3 meses corridos.

A escolha dos BRICS deu-se pela sua relevância no cenário global, especialmente na última década. Entre 2003 e 2007, o crescimento de Brasil, Rússia, Índia e China representou 65% da expansão do PIB mundial. Em paridade de poder de compra, em 2013, o PIB dos BRICS superava o dos Estados Unidos ou o da União Europeia (WASMALIA e SURINOV, 2013). Ainda que os países que compõem os BRICS não estejam mais em forte expansão econômica, eles ainda se encontram entre um grupo de importância mundial, juntamente com os EUA e a União Europeia.

Ademais da escolha pelo que representam os BRICS, o intuito motivador do estudo está atrelado ao avanço da pesquisa nesses países e no desenvolvimento de melhores medidas de gerenciamento de risco para esses mercados, especialmente em momentos de turbulência econômica.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: a próxima seção discute os conceitos por trás do VaR e dos modelos GARCH, EGARCH modificado e ARLS. Na seção 3, são apresentados os dados, bem como a metodologia utilizada para estimação dos parâmetros dos modelos. Na seção 4, apresentam-se os resultados evidenciados e analisados. A última seção conclui o trabalho, sugerindo abordagens para pesquisas futuras.

2 REVISÃO DA LITERATURA

A segunda seção irá tratar do conceito de Valor em Risco (*Value at Risk* em inglês) e dos modelos utilizados para o cálculo da volatilidade futura, variável necessária ao cálculo do valor em risco. Os modelos de previsão da volatilidade são: GARCH, EGARCH modificado e ARLS.

2.1 *Value at Risk* (VaR)

O valor em risco é um conceito empregado para medir o risco de mercado, determinado pela exposição de uma posição financeira em relação às variações máximas dos retornos. O valor em risco mede a pior perda que um ativo ou carteira de portfólio pode incorrer devido a eventos extremos, em situações de mercado normais (J.P Morgan Bank, 1999).

De acordo com Jorion (1997), para avaliar o *Value at Risk,* é necessário que se tenha um completo conhecimento estatístico das distribuições dos dados. A identificação do comportamento da série em que se está manipulando é o que define qual a metodologia a ser trabalhada para aquele tipo de distribuição.

Para cálculo do valor em risco considerando a distribuição dos retornos com distribuição normal com média $\hat{r}_t$ e variância σ_t^2, $X_t \sim N(\hat{r}_t, \sigma_t^2)$, para o modelo dos retornos com volatilidade: $X_t = \sigma_t \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim N(0,1)$, o VaR é, então, dado por:

$$VaR_t = \hat{r}_t - Z\sigma_t \quad (1)$$

Cabe salientar que o VaR é uma medida bastante flexível que pode considerar diferentes valores de nível de confiança (α) e horizontes de tempo.

Conforme pode ser observado na fórmula do *Value at Risk*, a única variável não observada é a volatilidade da carteira ou do ativo. É então necessária sua estimação usando modelos econométricos. Os modelos empregados nesse estudo são apresentados nas seções subsequentes.

2.2 GARCH

O modelo GARCH (*General Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) foi introduzido no trabalho seminal de Bollersev (1986) como a generalização do modelo ARCH (p,q).

De acordo com Ederington e Guan (2010), a importância relativa entre as observações recentes e antigas, na previsão de volatilidade, depende do horizonte de previsão.

Considere a importância relativa das observações passadas no modelo GARCH, como:

$$v_t = \alpha_0 + \alpha_1 r^2_{t-1} + \beta v_{t-1} \quad (2)$$

$$v_{t+1} = (\alpha_0 + \beta\alpha_0) + \alpha_1 r^2_t + \alpha_1 r^2_{t-1} + \beta^2 v_{t-1} \quad (3)$$

Sucessivas substituições retroativas no tempo a partir das equações 2 e 3 produzem a equação 4:

$$v_{t+1} = \alpha'_0 + \alpha_1 \sum_j^J = {}_0\beta^j r^2_{t-j} \quad (4)$$

Em que:

$\alpha'_0 = \alpha_0 \sum_j^J = {}_0\beta^j + \beta^{j+1}_{v_{t-J}}$.

Assim, nas previsões do modelo GARCH, a razão dos pesos relativos associados a observações passadas defasadas em m dias (ou períodos) é de β^m, independente do horizonte de previsão, k, e do quão distante no tempo é o termo j.

ARCH e GARCH são os modelos que tratam simetricamente os efeitos dos retornos positivos e negativos sobre a volatilidade. Posteriormente foram desenvolvidos modelos assimétricos, capturando o efeito distinto sobre a volatilidade de retornos positivos e negativos, como EGARCH.

2.3 *Exponential* GARCH

O modelo *Exponential* GARCH (EGARCH) é particularmente interessante, haja vista que ele tende a apresentar memória mais longa que o modelo GARCH, ou seja, o impacto das observações tende a perdurar por mais tempo. Ademais, o modelo EGARCH captura a assimetria inerente à volatilidade dos retornos de ativos financeiros, isto é, choques negativos geram efeitos diferentes e maiores do que choques positivos.

O modelo EGARCH possui a seguinte estrutura:

$$\ln(v_{t+1}) = \alpha_0 + \beta \ln(v_t) + \gamma_1 \left|\frac{r_1}{\sigma_1}\right| + \gamma_2 \frac{r_1}{\sigma_1} \quad (5)$$

Para o modelo EGARCH, Ederington e Guan (2010) definem como volatilidade integrada, v_{t+s}, a média geométrica das volatilidades de t + 1 até t + s. O modelo EGARCH modificado pode então ser estimado como uma regressão, conforme a seguinte equação:

$$\ln(V_{t+s}) = \lambda_{1s} + \lambda_{2s} \sum_j^J = {}_0\beta^j \left|\frac{r_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right| + \lambda_{3s} \sum_j^J = {}_0\beta^j \left(\frac{r_{t-j}}{\sigma_{t-j}}\right) \quad (6)$$

Tanto o modelo EGARCH como o modelo dos Mínimos Quadrados Ordinários (ARLS), que será apresentado a seguir, foram escolhidos devido aos resultados encontrados no trabalho de Moraes, Pinto e Klotzle (2013) para estimação da volatilidade de longo prazo.

2.4 ARLS

O modelo dos Mínimos Quadrados Ordinários (ARLS), sugerido por Ederington e Guan (2005), permite que os pesos relativos entre as observações recentes e antigas variem em função do horizonte de previsão. Assim como ocorre com o modelo GARCH, no modelo ARLS os pesos atribuídos às volatilidades passadas decaem exponencialmente e incorporam a reversão à média.

Contudo, o modelo considera o desvio padrão ao invés da variância e é baseado em valores absolutos dos choques e, não, no quadrado desses choques. Segundo os autores, isso ocorre, uma vez que, os modelos baseados nos quadrados dos retornos tendem a prever grandes aumentos de volatilidade após retornos extremos, fato que raramente se confirma nas observações realizadas.

O modelo ARLS segue a seguinte expressão:

$$ASD(s)_t = \alpha_s + \gamma_s \sum_j^J = {}_0\sqrt{\pi/2}\ \beta^j{}_S\ |r_{t-j}| \quad (7)$$

Em que:

- ASD(s) é o desvio padrão dos retornos no período compreendido entre t + 1 e t + s.

Essa expressão é similar à equação (2) do modelo GARCH, com diferenças específicas:

- O desvio padrão substitui a variância no lado esquerdo da equação;
- O retorno absoluto $|r_{t-j}|$ substitui r^2_{t-j} no lado direito da equação;
- Os coeficientes β_s, α_s e γ_s podem variar em função do horizonte de previsão s, e
- O termo $\sqrt{\pi/2}$ é adicionado.

2.5 Jarque-Bera

O teste de normalidade foi proposto por Jarque e Bera (1980) e baseia-se na diferença entre os coeficientes de assimetria e curtose dos dados $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Utiliza a seguinte estatística de teste:

$$JB = T\left(\frac{a_1}{6} + \frac{(a_2-3)^2}{24}\right) \quad (8)$$

Em que a_1 e a_2 são, respectivamente, os coeficientes amostrais de assimetria e curtose. T é o tamanho da amostra. Sob a hipótese nula de normalidade, Jarque e Bera (1987) mostraram que, assintoticamente, a estatística JB segue uma distribuição qui-quadrado com 2 graus de liberdade. Assim, rejeita-se a hipótese de normalidade dos erros se $JB > X^2_{a,2}$, em que $X^2_{a,2}$, é o quantil de nível 1 − α da distribuição X^2 com dois graus de liberdade.

3 METODOLOGIA

Neste estudo foram utilizadas as séries históricas dos índices do mercado acionário e da taxa de câmbio dos seguintes países: Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul. As séries se iniciam em fevereiro de 1994 ou na primeira data disponível e se encerram em setembro de 2015. No Quadro 1 é apresentado o código usado para coleta dos dados na base *Bloomberg*.

Quadro 1 – Códigos *Bloomberg*

País	Índice	Câmbio
Brasil	IBOV Index	USDBRL Curncy
Rússia	INDEXCF Index	USDRUB Curncy
Índia	SENSEX Index	USDINR Curncy
China	SHCOMP Index	USDCNY Curncy
África do Sul	JALSH Index	USDZAR Curncy

Fonte: Bloomberg (2015).

Calculou-se, então, o retorno de cada um dos ativos conforme a equação a seguir e foi feita a análise preliminar a partir da estatística descritiva.

$$\Delta X,t = \ln(X,t) - \ln(X,t-1) \quad (9)$$

Na estimação do modelo GARCH, utilizou-se o método de máxima verossimilhança para o cálculo dos parâmetros α_0, α_1 e β expostos na equação (2). Com os dados dentro da amostra previu-se a volatilidade para os "n" dias à frente considerando os três horizontes de previsão. A volatilidade para o próximo mês foi calculada a partir da média da volatilidade prevista para cada dia desse mês. Em seguida converteu-se a volatilidade de diária para mensal multiplicando-a por 4.5825 (raiz de 21 - dias úteis). O mesmo foi feito para os outros dois horizontes de previsão considerando o número de dias de cada um na conversão da volatilidade de diária. O VaR apresentado nos resultados está, cada um deles, na base do horizonte de previsão em questão.

Na parametrização do modelo EGARCH modificado optou-se, assim como em Moraes, Pinto e Klotzle (2013), por um J igual a 200, escolhido em função do β^j, de quando J atinge seu valor máximo de 200, tender a zero. A escolha dos parâmetros λ_{1s}, λ_{2s}, λ_{3s} e β ótimos. Foram calculadas 51 regressões, em que o β variou de 0.5 a 1 de 0.01 a cada vez. Ordenou-se o erro padrão das 51 regressões e optou-se pelos parâmetros da equação com menor erro padrão para a previsão da volatilidade "n" dias à frente, conforme o horizonte de previsão. Esse procedimento foi repetido para cada um dos dias fora da amostra, permitindo assim que os parâmetros ótimos se alterassem conforme o tempo passava.

Procedimento similar foi aplicado ao modelo ARLS para o cálculo dos parâmetros α_s, γ_s e β_s. Calcularam-se 51 regressões, em que o parâmetro β_s variou de 0.5 a 1 de 0.01 de cada vez. A regressão com menor erro padrão forneceu os parâmetros para a previsão da volatilidade "n" dias à frente.

Para o cálculo do *Value at Risk* (VaR) e uma análise fora da amostra de 2 anos (504 dias úteis), consideraram-se os horizontes de previsão de 15, 30 e 90 dias corridos (10, 21 e 63 dias úteis). Na análise fora da amostra, foram calculados a média do VaR, o número de violações absoluto e relativo e o p-valor dos testes de Kupiec e Christoffersen.

O teste de Kupiec consiste em um teste de hipótese sobre o nível θ do VaR estimado pelo modelo de risco: H_0: $\theta = \alpha$ e H_1: $\theta \neq \alpha$. A estatística teste de Kupiec é formalizada por meio da seguinte fórmula:

$$LR = 2\{\log[(N/T)^N (1-N/T)^{T-N}] - \log[p^N(1-p)^{r-N}]\} \quad (10)$$

Sob a hipótese nula de que *p* é a verdadeira probabilidade do VaR ser excedido, a estatística do teste LR é assintoticamente distribuída qui-quadrada com um grau de liberdade.

Já o teste de Christoffersen propõe testes estatísticos para verificar se a série de violações é temporalmente independente, indicando que a variação de volatilidade da série foi capturada pelo modelo de risco. A estatística é dada por:

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind} \sim X^2 \quad (11)$$

Em que LR_{uc} é a estatística dada pelo teste Kupiec e LR_{ind} é o teste de independência temporal. Esses testes estatísticos também foram utilizados por Polanski e Stoja (2010) ao construírem um modelo de previsão de VaR com terceiro e quarto momentos.

Visando comparar as previsões fora da amostra, calculou-se o número de vezes que cada um dos modelos teve o número de violações esperado de 5%, de forma a evidenciar qual modelo previu corretamente a perda esperada. Compararam-se também as vezes em que o número esperado de violações foi diferente do previsto. Nos casos em que o número for maior, constata-se uma subestimação das perdas. Naqueles em que o número for menor, os modelos estariam superestimando as perdas esperadas.

Do ponto de vista de um investidor ou credor, entre subestimar e superestimar as perdas, o pior seria subestimar as perdas esperadas de um ativo ou portfólio, pois implica uma subestimação do risco atrelado à posição tomada. Essa posição pode levar a perdas inesperadas e possível falência, ao contrário da superestimação.

Por fim, visando a comparar os modelos mais precisos para cada um dos mercados, acionário ou cambial, calculou-se a Perda Quadrática Média (PQM)

das violações, ou seja, quando a perda observada era maior que o VaR, conforme a equação a seguir:

$$PQM = \frac{(\text{Perda Observada - Value at Risk})^2}{n} \quad (12)$$

Em que:

- n é o número de violações observadas.

4 RESULTADOS

Os índices do mercado acionário e cambial do Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul, registrados diariamente, foram examinados para o período de fevereiro de 1994 até setembro de 2015. A amostra conteve de 4.466 a 5.629 observações dependendo do país e do ativo analisado. A estatística descritiva dos retornos de cada um dos ativos conteve as seguintes medidas: número de observações, máximo, mínimo, média, mediana, desvio padrão, assimetria, curtose e o teste de normalidade de Jarque-Bera. Os resultados encontrados são apresentados nas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1 – Estatística descritiva do retorno dos índices do mercado acionário

Estatística	B	R	I	C	S
N	5356	4466	5345	5264	5061
Máximo	0.288248	0.275005	0.159900	0.288610	0.072656
Mínimo	-0.172258	-0.233356	-0.118092	-0.179051	-0.126284
Média	0.000746	0.000627	0.000354	0.000265	0.000460
Mediana	0.001031	0.001204	0.000781	0.000465	0.000746
Desvio-padrão	0.022713	0.027330	0.015728	0.020305	0.012355
Assimetria	0.481096	0.116186	-0.103970	1.091470	-0.462442
Curtose	11.431270	14.662476	5.581863	22.272966	6.114747
Jarque-Bera	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16

Ao invés de usar o nome de cada índice, optou-se por usar a inicial de cada país, facilitando a associação com o acrônimo BRICS. O período da amostra se inicia em fevereiro de 1994 e vai até setembro de 2015. São apresentados o tamanho de cada amostra (N), máximo, mínimo, média, mediana, desvio-padrão, assimetria, curtose e o p-valor do teste de normalidade de Jarque-Bera.

Fonte: Dados da pesquisa (2015).

Tabela 2 – Estatística descritiva do retorno das taxas de câmbio

Estatística	B	R	I	C	S
N	5585	5650	5499	5629	5651
Máximo	0.099750	0.235786	0.039038	0.018397	0.154965
Mínimo	-0.103436	-0.277805	-0.032938	-0.020322	-0.066299
Média	0.000563	0.000661	0.000134	-0.000056	0.000248
Mediana	0.000186	0.000086	0.000000	0.000000	0.000000
Desvio-padrão	0.010154	0.011876	0.003852	0.000791	0.009912
Assimetria	0.273741	1.545520	0.379116	-0.491041	1.045115
Curtose	12.462230	175.701061	11.507482	139.678376	14.943573
Jarque-Bera	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16	< 2.2e-16

Ao invés de usar o nome de cada índice, optou-se por usar a inicial de cada país, facilitando a associação com o acrônimo BRICS. O período da amostra se inicia em fevereiro de 1994 e vai até setembro de 2015. São apresentados o tamanho de cada amostra (N), máximo, mínimo, média, mediana, desvio-padrão, assimetria, curtose e o p-valor do teste de normalidade de Jarque-Bera.

Fonte: Dados da pesquisa (2015).

Nota-se, em ambos os mercados, que o valor próximo de zero da média dos retornos, assim como o desvio padrão é superior ao valor da média. O Brasil e a Rússia são os países com maior dispersão dos retornos, sugerindo maior risco.

Assim como ocorre com séries financeiras longas, a curtose dos retornos é alta, caracterizando uma distribuição leptocúrtica. A assimetria das séries não manteve um padrão entre os ativos ou países. Como esperado, as distribuições mais assimétricas apresentaram em média desvios maiores na direção das diferenças. Isso quer dizer que uma alta assimetria positiva é acompanhada por retornos extremos positivos mais altos que os negativos. Apenas a taxa de câmbio russa não apresentou esse comportamento em relação ao valor máximo ser superior ao mínimo, porém, em contrapartida, sua média foi maior que a mediana, indicando uma prevalência dos retornos positivos sobre os negativos.

Nenhuma das séries de retorno apresentou distribuição normal. Entretanto, o tamanho das séries reduz o impacto nas análises da não normalidade dos dados. Além disso, o tamanho da amostra permitiu uma análise fora da amostra com 504 observações, em torno de 10% da amostra de cada ativo.

Em seguida foram realizadas as previsões do VaR fora da amostra para cada um dos dez ativos estudados e calculada a média do VaR, o número de violações e os testes de Kupiec e Christoffersen. Os resultados são apresentados nas Tabelas 3 e 4.

Tabela 3 – Comparação dos VaR estimados para os índices do mercado acionário

Índice	Estatística	ARLS			EGARCH mod			Garch		
		15 d	1 m	3 m	15 d	1 m	3 m	15 d	1 m	3 m
B	Média	8.05%	11.9%	22.11%	4.7%	6.75%	11.77%	8.40%	12.60%	24.25%
	Violações	13	6	3	73	74	97	12	4	0
	Violações (%)	2.57%	1.19%	0.59%	14.48%	14.68%	19.24%	2.38%	0.79%	0%
	Kupiec teste	0.006	2e-06	1e-08	9e-16	3e-16	0	0.0026	8e-08	NA
	Christoffersen teste	0.0002	7e¯10	2e¯09	0	0	0	3e¯06	3e¯10	NA
R	Média	7.00%	10.61%	20.70%	4.14%	5.93%	9.89%	8.19%	12.70%	26.13%
	Violações	28	27	0	63	65	36	20	16	0
	Violações (%)	5.55%	5.35%	0%	12.5%	12.89%	7.14%	3.96%	3.17%	0%
	Kupiec teste	0.58	0.72	NA	6e-11	7e-12	0.038	0.26	0.043	NA
	Christoffersen teste	0	0	NA	0	0	0	0	0	NA
I	Média	5.45%	8.08%	14.45%	2.84%	4.09%	7.10%	5.93%	9.05%	17.90%
	Violações	21	10	0	61	48	24	19	8	0
	Violações (%)	4.16%	1.98%	0%	12.10%	9.52%	4.76%	3.76%	1.58%	0%
	Kupiec teste	0.37	4e-04	NA	4e-10	3e-05	0.79	0.18	4e-05	NA
	Christoffersen teste	0	3e 14	NA	0	0	0	0	1e 14	NA
C	Média	7.74%	10.91%	16.22%	4.38%	5.86%	8.71%	8.78%	12.77%	22.15%
	Violações	27	27	31	75	77	55	23	21	18
	Violações (%)	5.35%	5.35%	6.15%	14.88%	15.27%	10.91%	4.56%	4.16%	3.57%
	Kupiec teste	0.72	0.72	0.25	1e-16	0	1e-07	0.64	0.37	0.11
	Christoffersen teste	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S	Média	4.65%	6.89%	13.09%	2.40%	3.48%	6.21%	4.89%	7.22%	13.88%
	Violações	25	14	1	71	65	37	23	15	1
	Violações (%)	4.96%	2.77%	0.19%	14.08%	12.89%	7.34%	4.56%	2.97%	0.19%
	Kupiec teste	0.95	0.012	4e-11	1e-14	7e-12	0.02	0.64	0.024	4e-11
	Christoffersen teste	0	0	NA	0	0	0	0	0	NA

Ao invés de usar o nome de cada índice, optou-se por usar a inicial de cada país, facilitando a associação com o acrônimo BRICS. A média foi apresentada em termos relativos para que não houvesse influência do tamanho do investimento. A estatística Violações mede a quantidade de vezes que a perda revista pelo VaR foi excedida na análise fora da amostra. O teste de Kupiec (*unconditional coverage*) tem como hipótese nula que o número de violações do VaR é mesmo o calculado. Nesse caso, o teste verifica se o VaR é realmente de 5%. O teste de Christoffersen (*conditional coverage*) tem como hipótese nula que as violações são temporalmente independentes. Em ambos os testes é apresentado o p-valor e foi considerado um alfa de 99%. Nos casos em que o número de violações foi muito baixo ou nulo, não foi possível calcular o valor dos testes de Kupiec e Christoffersen.

Fonte: Dados da pesquisa (2015).

Os modelos ARLS e GARCH obtiveram melhor desempenho que o modelo EGARCH modificado. ambos foram capazes de prever corretamente o VaR para os índices de mercado em mais da metade dos casos, enquanto o EGARCH modificado só foi capaz de prever corretamente em 20% dos casos, além de ter subestimado o número de violações nos testes restantes. Apesar de Moraes, Pinto e Klotzle (2013) terem apontado esse modelo como adequado para a previsão da volatilidade de longo prazo no mercado brasileiro, o mesmo não se verificou na estimação do VaR para os BRICS.

Nenhum dos modelos foi capaz de prever violações independentes temporalmente. Isso quer dizer que os modelos não foram capazes de refletir o comportamento esperado das violações, que deveriam ocorrer em maior número em momentos de alta volatilidade e em menor número em momentos de baixa volatilidade.

Tabela 4 – Comparação dos VaR estimados para as taxas de câmbio

Índice	Estatística	ARLS			EGARCH mod			Garch		
		15 d	1 m	3 m	15 d	1 m	3 m	15 d	1 m	3 m
B	Média	4.75%	6.96%	11.95%	1.76%	2.50%	3.76%	5.09%	7.43%	13.20%
	Violações	5	5	0	89	83	87	5	5	0
	Violações (%)	0.99%	0.99%	0%	17.65%	16.46%	17.26%	0.99%	0.99%	0%
	Kupiec teste	5e-07	5e-07	NA	0	0	0	5e-07	5e-07	NA
	Christoffersen teste	3e-11	3e-14	NA	0	0	0	3e-11	3e-14	NA
R	Média	5.46%	7.43%	11.05%	4.00%	5.69%	8.88%	8.42%	13.85%	42.59%
	Violações	27	24	36	61	57	85	7	2	0
	Violações (%)	5.35%	4.76%	7.14%	12.10%	11.30%	17.46%	1.38%	0.39%	0%
	Kupiec teste	0.72	0.79	0.038	4e-10	2e-08	0	1e-05	9e-10	NA
	Christoffersen teste	7e-16	0	0	0	0	0	6e-11	8e-11	NA
I	Média	2.18%	3.36%	6.32%	0.91%	1.33%	2.18%	2.62%	3.95%	8.11%
	Violações	23	17	0	115	96	56	12	9	1
	Violações (%)	4.56%	3.37%	0%	22.81%	19.04%	11.11%	2.38%	1.78%	0.19%
	Kupiec teste	0.64	0.074	NA	0	0	4e-08	0.002	1e-04	4e-11
	Christoffersen teste	0	7e-11	NA	0	0	0	2e-16	1e-10	NA
C.	Média	0.47%	0.70%	1.20%	0.13%	0.18%	0.27%	0.56%	0.76%	1.12%
	Violações	44	57	42	144	175	220	46	68	73
	Violações (%)	8.73%	11.30%	8.33%	28.57%	34.72%	43.65%	9.12%	13.49%	14.48%
	Kupiec teste	5e-04	2e-08	0.001	0	0	0	1e-04	3e-13	9e-16
	Christoffersen teste	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S	Média	4.00%	6.00%	11.17%	1.42%	2.06%	3.73%	4.31%	6.66%	15.14%
	Violações	0	0	0	78	46	28	1	0	0
	Violações (%)	0%	0%	0%	15.47%	9.12%	5.55%	0.19%	0%	0%
	Kupiec teste	NA	NA	NA	0	1e-04	0.30	4.8e-11	NA	NA
	Christoffersen teste	NA	NA	NA	0	0	0	NA	NA	NA

Ao invés de usar o nome de cada índice, optou-se por usar a inicial de cada país, facilitando a associação com o acrônimo BRICS. A média foi apresentada em termos relativos para que não houvesse influência do tamanho do investimento. A estatística Violações mede a quantidade de vezes que a perda prevista pelo VaR foi excedida na análise fora da amostra. O teste de Kupiec (*unconditional coverage*) tem como hipótese nula que o número de violações do VaR é mesmo o calculado. Nesse caso, o teste verifica se o VaR é realmente de 5%. O teste de Christoffersen (*conditional coverage*) tem como hipótese nula que as violações são temporalmente independentes. Em ambos os testes é apresentado o p-valor e foi considerado um alfa de 99%. Nos casos em que o número de violações foi muito baixo ou nulo, não foi possível calcular o valor dos testes de Kupiec e Christoffersen.

***** Para a estimação do modelo Garch a amostra foi reduzida para as últimas 2631 observações devido à impossibilidade da estimação por meio da máxima verossimilhança.

Fonte: Dados da pesquisa (2015).

O modelo ARLS obteve o melhor desempenho na previsão das perdas no mercado cambial dos BRICS. Foi capaz de prever corretamente o número de violações em 33% dos casos, enquanto o modelo EGARCH modificado em apenas 6.6% e o modelo GARCH não previram corretamente esse número em qualquer momento.

Apesar do modelo EGARCH modificado ter previsto corretamente o número de violações uma vez, nas demais previsões o modelo subestimou as perdas esperadas, enquanto que o modelo GARCH subestimou as perdas em 20%. Assim como comentado anteriormente, subestimar as perdas é pior do que superestimá-las, pois gera uma subestimação do risco. Assim como no mercado acionário, nenhum dos modelos foi capaz de prever violações independentes temporalmente.

A Tabela 5 exemplifica o desempenho dos três modelos para cada um dos mercados, em virtude do número de estimações corretas do VaR, subestimações e superestimações. Notou-se o desempenho similar dos modelos ARLS e GARCH para o mercado acionário e da superioridade do modelo ARLS no mercado cambial.

Tabela 5 – Desempenho dos modelos no cálculo do VaR

	Número de violaçõ es	ARLS	EGARCH mod	GARCH
Mercado Acionário	Superestimada	7	0	7
	Subestimada	0	12	0
	Correta	8	3	8
Mercado Cambial	Superestimada	7	0	12
	Subestimada	3	14	3
	Correta	5	1	0

Foram consideradas quantas vezes cada um dos modelos superestimou, subestimou ou calculou corretamente o VaR ao nível de significância de 1%. Para tanto, calculou-se o número de vezes que o teste de Kupiec confirmou o número de violações, cálculo correto. Os casos em que o teste de Kupiec apontou para um número de violações diferente de 5% classificados como superestimado ou subestimado, conforme o número de violações observadas, era inferior ou superior a 5%, respectivamente.

Fonte: Dados da pesquisa (2015).

A Tabela 6 então serviu para comparar os modelos com melhor desempenho em cada mercado. Pode-se assim averiguar qual das previsões corretas do valor da perda era mais precisa.

Tabela 6 – Perda média quadrática das violações

		ARLS	EGARCH mod	Garch
Mercado Acionário	R 15d	0.00271	-	0.00280
	R 1m	0.00202	-	0.00174
	I 15d	0.00035	-	0.00029
	C 15d	0.00772	-	0.00572
	C 1m	0.00856	-	0.00596
	C 3m	0.04013	-	0.01575
	S 15d	0.00017	-	0.00017
	S 1m	0.00041	-	0.00039
Mercado Cambial	R 15d	0.00105	-	-
	R 1m	0.00261	-	-
	R 3m	0.00620	-	-
	I 15d	0.00004	-	-
	I 1m	0.00003	-	-
	S 3m	-	0.00032	

Ao invés de usar o nome de cada índice, optou-se por usar a inicial de cada país, facilitando a associação com o acrônimo BRICS. Ao lado do país foi indicada a janela de previsão comparada, sendo esses 15 dias, 1 mês ou 3 meses contados em dias corridos. Compararam-se os dois modelos com melhor desempenho em cada um dos mercados. O desempenho foi medido pelo número de previsões corretas das violações. Calculou-se então a perda média quadrática quando uma violação ocorria e destacado o modelo com menor perda média quadrática. A comparação foi possível para o mercado acionário em virtude dos casos de acerto do número de violações terem coincidido entre os dois modelos comparados. A mesma comparação ficou prejudicada para o mercado cambial, devido a não coincidência do número de acertos e dos casos em que ocorriam.

Fonte: Dados da pesquisa (2015).

O modelo GARCH mostrou-se mais adequado para o cálculo do VaR dos índices do mercado acionário. Ainda que a diferença entre as perdas médias quadráticas possa ser considerada pequena, a maior simplicidade do modelo GARCH e difusão em *softwares* de programação influenciam sua escolha. O modelo ARLS, apesar de pouco complexo, mostra-se menos parcimonioso.

Em contrapartida, o modelo ARLS mostrou-se mais preciso para o mercado cambial, com maior número de previsões corretas. Além disso, as perdas quadráticas médias atingiram o mesmo patamar do mercado acionário. O modelo EGARCH modificado, apesar de ter previsto corretamente uma vez, deve ser evitado, devido ao seu alto nível de subestimação das perdas.

Os resultados encontrados corroboram as pesquisas de Moraes, Pinto e Klotzle (2013) e Ederington e Guan (2010), ao apontaram para uma maior adequação do modelo ARLS na previsão da volatilidade futura. Na presente pesquisa, a qualificação do modelo ARLS se deve ao seu bom desempenho na previsão do valor em risco para o longo prazo.

Em termos do avanço do conhecimento, a pesquisa verifica a maior precisão de uma medida de risco ao se utilizar a volatilidade calculada pelo modelo ARLS. Do ponto de vista dos agentes de mercado, esses têm em mãos uma medida mais adequada para a precisão do valor em risco para o longo prazo.

5 CONCLUSÕES

A presente pesquisa buscou avaliar se o modelo ARLS é mais preciso no cálculo do VaR de longo prazo que os modelos tradicionais. Para tanto, foram discutidos os problemas que surgem quando os modelos do tipo GARCH são usados para prever volatilidade para horizontes com prazos mais longos. Evidenciou-se o problema da manutenção da importância relativa das observações passadas para períodos longos no futuro.

A partir dessa crítica, propôs-se a utilização de modelos capazes de incorporar o horizonte de previsão da volatilidade no cálculo dos parâmetros ótimos dos modelos e assim superar o modelo GARCH. Os modelos empregados, EGARCH modificado, e ARLS, obtiveram resultados promissores na previsão da volatilidade de diferentes ativos brasileiros, conforme o estudo de Moraes, Pinto e Klotzle (2013). O modelo ARLS mostrou-se também adequado para diversos outros ativos, conforme Ederington e Guan (2005).

Os resultados da pesquisa apontaram para uma superioridade do modelo ARLS na previsão da volatilidade cambial para os BRICS. O modelo estimou corretamente a perda de uma carteira cambial em 33% dos casos enquanto o modelo EGARCH modificado em apenas 6.66% e o modelo GARCH em nenhum caso.

Para o índice do mercado acionário de cada um dos BRICS, os modelos ARLS e GARCH tiveram desempenho similar considerando os testes de Kupiec e Christoffersen. Ambos foram capazes de prever a perda de uma carteira composta dos índices o mesmo número de vezes. Considerando a perda média quadrática de cada um, o modelo GARCH teve melhor desempenho em relação ao ARLS.

Esses resultados impactam os agentes de mercado no que concerne à escolha do modelo para o cálculo da volatilidade futura e posterior emprego em modelos de apreçamento de ativo, cálculo do valor em risco e mesmo do capital mínimo exigido para a manutenção da boa saúde do mercado financeiro.

Sendo assim, os resultados encontrados na pesquisa sugerem que o modelo ARLS deve ser empregado no cálculo do VaR de portfólios cambiais devido à maior precisão alcançada, ajudando os agentes de mercado a melhor gerirem o risco de suas carteiras. Em relação ao mercado acionário, em função do desempenho similar dos modelos GARCH e ARLS, o modelo GARCH é mais indicado devido a sua maior simplicidade e fácil implementação computacional. Essa escolha é respaldada no princípio da parcimônia aplicado na metodologia de Box-Jenkins, de que o modelo mais simples deve ser empregado.

Sugere-se para estudos futuros a incorporação do terceiro e quarto momentos (curtose e assimetria) na construção do modelo de VaR, com o intuito de analisar o impacto da não normalidade comum às séries financeiras.

REFERÊNCIAS

BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION. **Amendment to the capital accord to incorporate market risks**. 1996.

BOLLERSEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, i. 3, p. 307-327, 1986. doi:10.1016/0304-4076(86)90063-1

EDERINGTON, L. H.; GUAN, W. Forecasting Volatility. **Journal of Futures Markets**. v. 25, i. 5, p. 465–490, 2005. doi: 10.1002/fut.20146

EDERINGTON, L. H.; GUAN, W. Longer-term Time-Series Volatility forecasts. **Journal of Financial and Quantitative Analysis,** v. 45, i. 4, p. 1055-1076, 2010. doi: 10.1017/S0022109010000372

JORION, P. **Value at Risk**: The New Benchmark for Managing Financial Risk. Irwin Professional Publishing, 332 pp. 1997.

KUPIEC, P. Techniques for verifying the accuracy of risk management models. **Journal of Derivatives**, v. 3, i. 2, p. 73-84. 1995. doi: 10.3905/jod.1995.407942

MORAES, A. S. M.; PINTO, A. C. F. e KLOTZLE, M. C. Estimativas de Longo Prazo para Volatilidade de Séries Temporais no Mercado Financeiro Brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 11, n. 4, p. 455-479, 2013.

POLANSKI, A.; STOJA, E. Incorporating Higher Moments into Value-at-Risk Forecasting. **Journal of Forecasting**, v. 29, p. 523-535, 2010. doi: 10.1002/for.1155

WASMALIA, B.; SURINOV, A. BRICS – Joint Statistical Publication. **Statistical System of South Africa**, 2013.